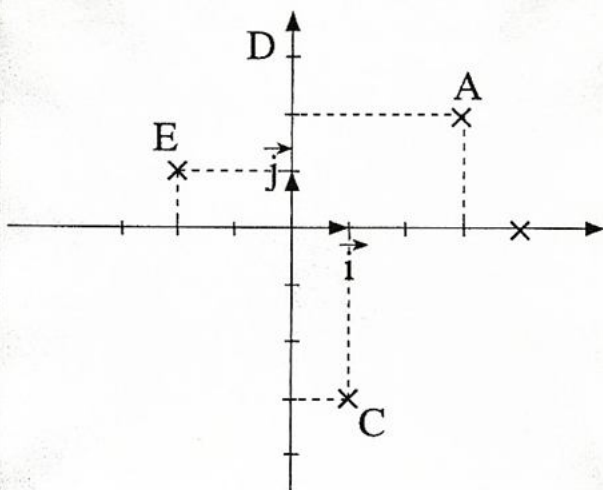


تمارين وحلولها

تمرين 1

المستوى (P) منسوب إلى معلم (O, \vec{i}, \vec{j})
1 - حدد إحداثياتي النقط A, B, C, D, E



2 - مثل في معلم متعامد منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) النقط

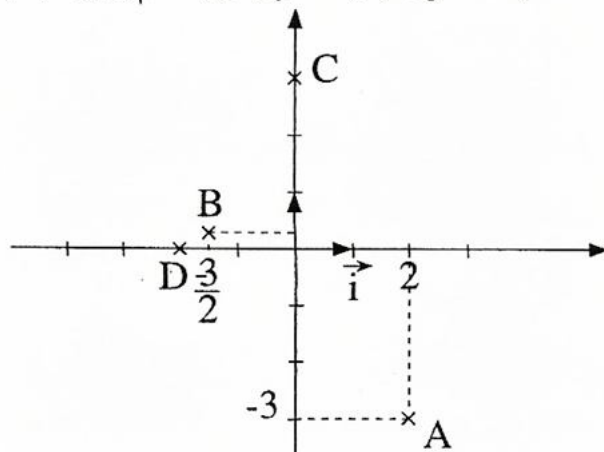
التالية : $A(2, -3)$ $B(\frac{3}{2}, \frac{1}{4})$
 $C(0, 3)$ $D(-2, 0)$

الجواب :

1 - لدينا $C(1, -3)$ ، $B(4, 0)$

$A(3, 2)$ ، $D(0, 3)$ ، $E(-2, 1)$

2 - لدينا المستوى (P) منسوب إلى معلم (O, \vec{i}, \vec{j})



تمرين 2 :

المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد منظم
 (O, \vec{i}, \vec{j})

1 - حدد إحداثيتي المتجهة \vec{AB} في كل حالة :

أ - $A(1, 3)$ $B(-2, 1)$

ب - $A(-2, -1)$ $B(0, 3)$

2 - حدد إحداثيتي منتصف القطعة [AB] في

كل حالة

أ - $A(1, 3)$ $B(-2, 1)$

ب - $A(\frac{-2}{3}, 2)$ $B(0, \frac{1}{2})$

الجواب :

أ - لدينا $A(1, 3)$; $B(-2, 1)$

إذن $\vec{AB}(-2 - 1, 1 - 3)$

ومنه $\vec{AB}(-3, -2)$

ب - لدينا $A(-2, -1)$ $B(0, 3)$

إذن $\vec{AB}(0 - (-2); 3 - (-1))$

إذن $\vec{AB}(2, 4)$

2 - أ - لدينا

$A(-2, 1)$ $B(1, 3)$

ليكن I منتصف القطعة [AB] إذن :

$I(\frac{1 + (-2)}{2}; \frac{3 + 1}{2})$

أي أن $I(-\frac{1}{2}, 2)$

ب - لدينا $A(-\frac{2}{3}, 2)$ $B(0, \frac{1}{2})$

بما أن $A(5, -2)$ و $C(4, 2)$

فإن $\vec{CA}(5 - 4; -2 - 2)$

$$\vec{CA}(1, -4)$$

$A(5, -2)$ لدينا - 2

إذن $C(4, 2)$

$$I\left(\frac{5+4}{2}; \frac{-2+2}{2}\right)$$

$$I\left(\frac{1}{2}; 0\right)$$

لدينا $\begin{cases} B(-7, 4) \\ C(4, 2) \end{cases}$ إذن

$$J\left(\frac{-7+4}{2}; \frac{4+2}{2}\right)$$

أي أن

$$J\left(-\frac{3}{2}; 3\right)$$

- 3 نعتبر $B(x, y)$

لدينا ABCD متوازي أضلاع

$$\vec{AB} = \vec{DC} \quad \text{يعني أن}$$

لدينا $\vec{AB}(-12, 6)$ و $\vec{DC}(4 - x, 2 - y)$

بما أن $\vec{AB} = \vec{DC}$ فإن

$$\begin{cases} x = 16 \\ y = -4 \end{cases} \quad \text{إذن} \quad \begin{cases} 4 - x = -12 \\ 2 - y = 6 \end{cases}$$

إذن $D(16, -4)$

- 4 لدينا B منتصف القطعة [EA]

$$\vec{AB} = \vec{BE} \quad \text{إذن}$$

نعتبر $E(x, y)$

لدينا $\vec{BE}(x + 7; y - 4)$ و $\vec{AB}(-12; 6)$

$$\vec{AB} = \vec{BE} \quad \text{بما أن}$$

ليكن J منتصف [AB]

$$J\left(\frac{-\frac{2}{3} + 0}{2}; \frac{2 + \frac{1}{2}}{2}\right)$$

إذن

أي أن

تمرين 3 :

المستوى (P) منسوب إلى معلم (O, \vec{i}, \vec{j})

نعتبر النقط.

$A(5, -2)$, $B(-7, 4)$, $C(4, 2)$

- 1 حدد إحداثيات المتجهات \vec{AB} و \vec{CB} و \vec{CA}

- 2 ليكن I منتصف [AC] و J منتصف [BC]

حدد إحداثيتي كل من I و J

- 3 حدد إحداثيتي النقطة D حيث الرباعي

ABCD متوازي أضلاع.

- 4 حدد إحداثيتي النقطة E حيث B منتصف

القطعة [EA]

- 5 حدد إحداثيتي النقطة F حيث C مماثلة

F بالنسبة لـ A

الجواب :

- 1 لدينا : $A(5, -2)$ و $B(-7, 4)$

إذن : $\vec{AB}(-7 - 5; 4 - (-2))$

$$\vec{AB}(-12, 6)$$

أي أن

لدينا $B(-7, 4)$ و $C(4, 2)$

$$\vec{CB}(-7 - 4; 4 - 2)$$

$$\vec{CB}(-11, 2)$$

إذن

$$\vec{AO} + \vec{OD} = 2\vec{AO} + 2\vec{OB} + \vec{AO} + \vec{OC}$$

$$\vec{OD} = 3\vec{AO} + 2\vec{OB} + \vec{OC} - \vec{AO} \text{ يعني أن}$$

$$= -2\vec{OA} + 2\vec{OB} + \vec{OC}$$

$$\vec{OD} = -2\vec{OA} + 2\vec{OB} + \vec{OC} \quad \text{إذن}$$

$$= -2(2\vec{i} + 3\vec{j}) + 2(4\vec{i} + \vec{j}) + 3\vec{i} + \vec{j}$$

$$= -4\vec{i} - 6\vec{j} + 8\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{i} + \vec{j}$$

$$\vec{OD} = 7\vec{i} - 3\vec{j} \quad \text{إذن}$$

$$\boxed{D(7, -3)}$$

- 2 لدينا

$$\vec{AE} = \vec{AB} + \vec{AC}$$

$$\vec{AE} - \vec{AC} = \vec{AB}$$

$$\vec{CE} = \vec{AB}$$

ليكن $E(x, y)$

$$\vec{AB}(2, -2)$$

لدينا

$$\vec{CE}(x - 3, y - 1) \quad \text{و}$$

بما أن $\vec{CE} = \vec{AB}$ فإن

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases} \quad \text{إذن}$$

$$\begin{cases} x - 3 = 2 \\ y - 1 = -2 \end{cases}$$

$$\boxed{E(5, -1)}$$

إذن

تمرين 5:

المستوى (P) منسوب إلى معلم (O, \vec{i}, \vec{j})
نعتبر النقط :

$$C(3, \frac{3}{2}) \text{ و } B(-1, -\frac{3}{2}) \text{ و } A(1, 3)$$

$$D(2, -\frac{3}{4})$$

$$m \in \mathbb{R} \quad \text{حيث } E(2, m)$$

1 - ادرس استقامة النقط A و B و C

$$\text{فإن} \quad \begin{cases} x + 7 = -12 \\ y - 4 = 6 \end{cases} \quad \text{إذن}$$

$$\boxed{E(-19, 10)} \quad \text{إذن} \quad \begin{cases} x = -19 \\ y = 10 \end{cases}$$

5 - لدينا C مماثلة F بالنسبة لـ A

يعني أن A منتصف القطعة [CF]

$$\vec{CA} = \vec{AF} \quad \text{أي أن}$$

ليكن $F(x, y)$

$$\vec{AF}(x - 5, y + 2) \text{ و } \vec{CA}(1, -4)$$

بما أن $\vec{CA} = \vec{AF}$ فإن

$$\begin{cases} x = 6 \\ y = -6 \end{cases}$$

أي أن

$$\begin{cases} x - 5 = 1 \\ y + 2 = -4 \end{cases}$$

$$\boxed{E(6, -6)}$$

ومنه

تمرين 4:

المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد منظم
 (O, \vec{i}, \vec{j})

نعتبر النقط A(2, 3) و B(4, 1) و C(3, 1)

1 - حدد زوجي إحداثيتي النقطة D حيث :

$$\vec{AD} = 2\vec{AB} + \vec{AC}$$

2 - حدد زوج احداثيتي النقطة E بحيث :

$$\vec{AE} = \vec{AB} + \vec{AC}$$

الجواب:

$$\vec{AD} = 2\vec{AB} + \vec{AC}$$

1 - لدينا

إذن

مستقيمتان أي أن :

$$\det(\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BC}) = 0$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ m + \frac{3}{2} & 3 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{أي أن}$$

$$4(m + \frac{3}{2}) - 3 \times 3 = 0$$

$$4m + 6 - 9 = 0$$

$$4m = 3$$

$$m = \frac{3}{4}$$

إذن

G - 4 مركز ثقل المثلث ABC تعني أن :

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$$

أي :

$$\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{0}$$

$$3\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} \quad \text{أي أن}$$

$$\overrightarrow{OG} = \frac{3}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$$

$$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$$

$$= \frac{1}{3}(\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{i} - \frac{3}{2}\vec{j} + 3\vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j})$$

$$= \frac{1}{3}(3\vec{i} + 3\vec{j})$$

$$= \vec{i} + \vec{j}$$

$$\overrightarrow{OG} = 1.\vec{i} + 1.\vec{j}$$

إذن

$$G(1, 1)$$

أي أن

تمرين 6 :

المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد مُنظم

$$(O, \vec{i}, \vec{j})$$

نعتبر الشكل التالي :

2 - هل \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{CD} مستقيمتان ؟

3 - حدد قيمة العدد الحقيقي m لكي تكون

النقط B و C و E مستقيمية

4 - حدد احداثيتي النقطة G مركز ثقل المثلث

ABC

الجواب :

1 - لدينا $\overrightarrow{AC}(2, -\frac{3}{2})$ و $\overrightarrow{AB}(-2, -\frac{9}{2})$

$$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ -\frac{9}{2} & -\frac{3}{2} \end{vmatrix}$$

$$= (-2)(-\frac{3}{2}) - 2 \times (-\frac{9}{2})$$

$$= 3 + 9$$

$$\neq 0$$

إذن \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{AC} غير مستقيمتان وبالتالي

النقط A و B و C غير مستقيمية

2 -

لدينا $\overrightarrow{AB}(-2, -\frac{9}{2})$ و $\overrightarrow{CD}(-1, -\frac{9}{4})$

$$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -\frac{9}{2} & -\frac{9}{4} \end{vmatrix}$$

$$= (-2)(-\frac{9}{4}) - (-1)(-\frac{9}{2})$$

$$= \frac{9}{2} - \frac{9}{2}$$

$$= 0$$

إذن المتجهتان \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{CD} مستقيمتين.

3 - لدينا $\overrightarrow{BE}(2, m + \frac{3}{2})$ و $\overrightarrow{CD}(4, 3)$

B و C و E مستقيمية تعني أن \overrightarrow{BC} و \overrightarrow{BE}



1 - لماذا (A, \vec{AB}, \vec{AD}) معلم ؟

(علل جوابك)

2 - في المعلم (A, \vec{AB}, \vec{AD})

حدد احداثيات النقط F, E, D, C, B, A

الجواب :

لدينا ABCD متوازي الأضلاع فعلي إذن النقط

A و B و D و غير مستقيمة

وبالتالي \vec{AB} و \vec{AD} غير مستقيمان إذن

المثلوث $(\vec{A}, \vec{AB}, \vec{AD})$ معلم.

2 - بما أن A أصل المعلم $(\vec{A}, \vec{AB}, \vec{AD})$

فإن $A(0, 0)$

لدينا $\vec{AB} = 1.\vec{AB} + 0.\vec{AD}$

إذن $B(1, 0)$

بما أن $\vec{AD} = 0.\vec{AB} + 1.\vec{AD}$

فإن $D(0, 1)$

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$$

$$= \vec{AB} + \vec{AD}$$

$$\vec{AC} = 1.\vec{AB} + 1.\vec{AD}$$

ومنه $C(1, 1)$

لدينا $\vec{AE} = 2.\vec{AB}$

$$= 2(\vec{BA} + \vec{AC})$$

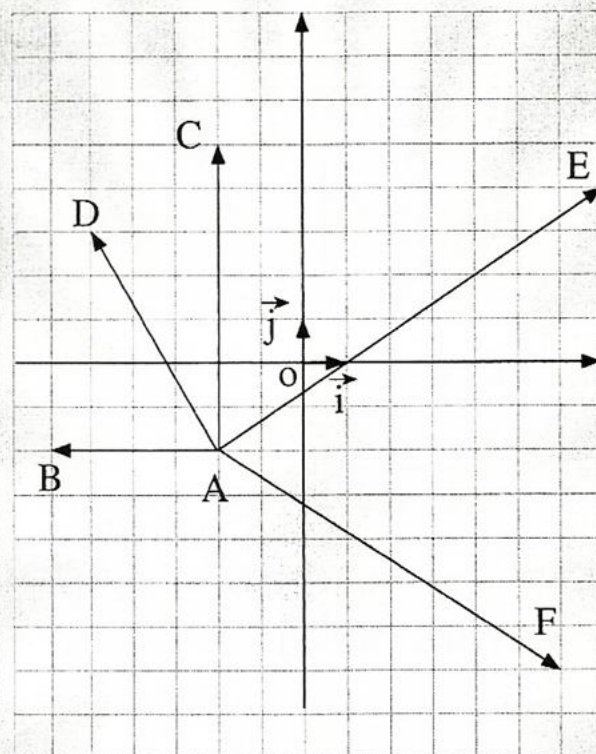
$$= 2\vec{BA} + 2\vec{AC}$$

$$= -2\vec{AB} + 2\vec{AB} + 2\vec{AD}$$

إذن $\vec{AE} = 0.\vec{AB} + 2\vec{AD}$

أي أن $E(0, 2)$

لدينا $\vec{AF} = \frac{2}{3}\vec{AC}$



اقرأ على الشكل احداثيات المنجهات التالية :

$$\vec{AE}, \vec{AD}, \vec{AC}, \vec{AB}$$

$$\vec{DC}, \vec{EF}, \vec{AF}$$

الجواب :

حسب الشكل لدينا :

$$\vec{AB}(-4, 0) \quad \vec{AC}(0, 7)$$

$$\vec{AD}(-3, 5) \quad \vec{AE}(9, 6)$$

$$\vec{AF}(9, -4) \quad \vec{DC}(3, 2)$$

$$\vec{EF}(0, -10)$$

تمارين 7 :

ABCD متوازي الأضلاع E و F نقطتان

بحيث :

$$\vec{AF} = \frac{2}{3}\vec{AC} \quad \text{و} \quad \vec{AE} = 2\vec{BC}$$

$$\vec{AE} = -2\vec{AB} + 3\vec{AC}$$

$$E(-2, 3)$$

إذن

$$\vec{EF} = 2\vec{AB}$$

$$\vec{EA} + \vec{AF} = 2\vec{AB}$$

$$\begin{aligned}\vec{AF} &= 2\vec{AB} + \vec{AE} \\ &= 2\vec{AB} - 2\vec{AB} + 3\vec{AC} \\ &= 3\vec{AC}\end{aligned}$$

$$\vec{AF} = 3\vec{AC}$$

إذن

$$F(0, 3)$$

- 2 لدينا

$$F(0, 3) \quad C(0, 1) \quad A(0, 0)$$

$$\vec{AC}(0, 1) \quad \vec{AF}(0, 3)$$

$$\begin{aligned}\det(\vec{AF}, \vec{AC}) &= \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \\ &= 1 \times 0 - 3 \times 0 \\ &= 0\end{aligned}$$

إذن \vec{AF} و \vec{AC} مستقيمتان وبالتالي A و C و F نقط مستقيمة.

- 3 D مركز ثقل المثلث BEF

تعني أن

$$\vec{DE} + \vec{DF} + \vec{DB} = \vec{0}$$

$$\vec{DA} + \vec{AE} + \vec{DA} + \vec{AF} + \vec{DA} + \vec{AB} = \vec{0}$$

$$3\vec{AD} = \vec{AE} + \vec{AF} + \vec{AB} \quad \text{ومنه}$$

$$\vec{AD} = \frac{1}{3}(\vec{AE} + \vec{AF} + \vec{AB}) \quad \text{أي أن}$$

$$\begin{aligned}\vec{AD} &= \frac{1}{3}(-2\vec{AB} + 3\vec{AC} + 3\vec{AC} + \vec{AB}) \\ &= \frac{1}{3}(-\vec{AB} + 6\vec{AC})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AD}) \\ &= \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AD}\end{aligned}$$

إذن

$$F\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

تمرين 8 :

ABC مثلثا E و F نقطتين بحيث :

$$\vec{EF} = 2\vec{AB} \quad \text{و} \quad \vec{BE} = 3\vec{BC}$$

تعتبر المستوى (P) منسوب إلى المعلم

$$(\vec{A}, \vec{AB}, \vec{AC})$$

1 - حدد احداثيات النقط

$$F, E, C, B, A$$

2 - بين أن النقط A و C و F مستقيمة

3 - حدد احداثيتي النقطة D مركز ثقل المثلث

BEF

الجواب :

$$A(0, 0) \quad \text{- 1 لدينا}$$

$$\vec{AB} = 1.\vec{AB} + 0.\vec{AC} \quad \text{لدينا}$$

$$B(1, 0) \quad \text{إذن}$$

$$\vec{AC} = 0.\vec{AB} + 1.\vec{AC} \quad \text{بما أن}$$

$$C(0, 1) \quad \text{يقان}$$

$$\vec{BE} = 3\vec{BC} \quad \text{لدينا}$$

$$\vec{BA} + \vec{AE} = 3\vec{BA} + 3\vec{AC} \quad \text{أي أن}$$

يعني أن :

$$\vec{AE} = 3\vec{BA} + 3\vec{AC} - \vec{BA}$$

$$\vec{AE} = -2\vec{AB} + 3\vec{AC}$$

$$D(m, 1) \in (AB) - 3 \quad \text{تكافئ}$$

$$2 \times m - 3 \times 1 + 5 = 0$$

$$2m + 2 = 0 \quad \text{أي أن}$$

$$m = -1 \quad \text{ومنه}$$

تمرين 10:

المستوى (P) منسوب إلى معلم (O, \vec{i}, \vec{j})
حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) في الحالات التالية:

1 - المستقيم (Δ) يمر من النقطة $A(-2, 5)$
وموجه بالمتجهة $\vec{u}(-3, 1)$

2 - المستقيم (Δ) يمر من النقطتين

$$E(-1, 0) \quad \text{و} \quad F(1, 1)$$

3 - المستقيم (Δ) يمر من النقطة $I(0, 3)$
ومعامله الموجه $m = -2$

4 - المستقيم (Δ) يمر من النقطة $C(2, -1)$
وموازي للمستقيم (D) ذي المعادلة:

$$2x - 7y + 1 = 0$$

الجواب:

$$1 - A(-2, 5) ; \vec{u}(-3, 1)$$

$$M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (\Delta) \quad \text{تعني أن} \quad \vec{AM} \quad \text{و} \quad \vec{u}$$

$$\det(\vec{AM}, \vec{u}) = 0 \quad \text{مستقيمتان أي أن}$$

$$\begin{vmatrix} x+2 & -3 \\ y-5 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{أي أن}$$

$$1(x+2) - (-3)(y-5) = 0 \quad \text{أي أن}$$

$$= -\frac{1}{3}\vec{AB} + 2\vec{AC}$$

$$D(-\frac{1}{3}, 2) \quad \text{إذن}$$

تمرين 9:

المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد مُنظم (O, \vec{i}, \vec{j})

نعتبر النقطتين $A(2, 3)$ و $B(-1, 1)$

1 - اعط معادلة ديكارتية للمستقيم (AB)

2 - هل النقطة $C(4, 1)$ تنتمي إلى (AB) ؟

3 - حدد العدد الحقيقي m بحيث تكون النقطة

$$D(m, 1) \quad \text{تنتمي إلى} \quad (AB)$$

الجواب:

1 - لدينا : $A(2, 3)$ و $B(-1, 1)$

إذن $\vec{AB}(-3, -2)$ متجهة موجهة لـ (AB)

$$(AB) : -2x + 3y + C = 0$$

$$A(2, 3) \in (AB) \quad \text{وبما أن}$$

$$-2 \times 2 + 3 \times 3 + C = 0 \quad \text{فإن}$$

$$C = -5 \quad \text{أي أن}$$

$$\text{ومنه} \quad (AB) : -2x + 3y - 5 = 0$$

$$\boxed{(AB) : -2x + 3y - 5 = 0} \quad \text{أي أن}$$

2 - $C(4, 1) \in (AB)$ تعني أن

$$2 \times 4 - 3 \times 1 - 5 = 0$$

$$8 - 3 - 5 = 0 \quad \text{أي أن}$$

$$8 - 8 = 0$$

$$0 = 0$$

$$C(4, 1) \in (AB) \quad \text{إذن}$$

تمرين 11:

المستوى (P) منسوب إلى معلم (O, \vec{i}, \vec{j})
حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) في الحالات
التالية :

1 - المستقيم (D) يمر من النقطة A (2, -3)

وموجه بالمتجهة $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$

2 - المستقيم (D) يمر من النقطتين B (4, 3)

و C (2, -1)

3 - المستقيم (D) يمر من النقطة D(2, 2)

والموازي للمستقيم (Δ)

حيث : $(\Delta) : 2x + y - 3 = 0$

4 - المستقيم (D) يمر من النقطة E (2, 5)

ومعامله الموجه هو $m = 4$

الجواب :

1 - A (2, -3) ; $\vec{u}(0, 4)$

$M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (D)$ تكافئ

$$\begin{cases} x = 2 + 0 \times t \\ y = -3 + 4t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$(D) \begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 4t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{إذن}$$

2 - لدينا : B (4, 3) و C (2, -1)

إذن $\vec{BC}(-2, -4)$ متجهة موجهة لـ (D)

$M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (D)$ تعني أن

$$x + 2 + 3y - 15 = 0$$

$$(\Delta) : x + 3y - 13 = 0 \quad \text{أي أن}$$

E (-1, 0) و F (1, 1) - 2

لدينا $\vec{EF}(2, 1)$ متجهة موجهة لـ (EF)

لدينا $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (EF)$ أي أن

$$\det(\vec{EM}, \vec{EF}) = 0$$

$$\begin{vmatrix} x + 2 & 2 \\ y & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{أي أن}$$

$$1(x + 1) - 2 \times y = 0 \quad \text{تكافئ}$$

$$(\Delta) : x - 2y + 1 = 0$$

3 - نعلم أن

$$(\Delta) : y = mx + p$$

بما أن $m = -2$ فإن :

$$y = -2x + p$$

لدينا $I(0, 3) \in (\Delta)$ إذن

$$3 = -2 \times 0 + p$$

$$p = 3 \quad \text{إذن}$$

$$(\Delta) : y = -2x + 3 \quad \text{ومنه}$$

4 - بما أن (Δ) و (D) متوازيان فإن لهما نفس

المتجهة الموجهة وبالتالي :

$$(\Delta) : 2x - 7y + C = 0$$

لدينا $C(2, -1) \in (\Delta)$ إذن

$$2 \times 2 - 7(-1) + C = 0$$

$$4 + 7 + C = 0$$

$$C = -11$$

ومنه

$$(\Delta) : 2x - 7y - 11 = 0$$

تمرين 12:

المستوى (P) منسوب إلى معلم (O, \vec{i}, \vec{j})

1- اعط معادلة ديكارتية للمستقيم (D) المعروف

$$(D) \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - 5t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

2- اعط تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المعروف ب

$$(D) : 3x + 2y - 4 = 0$$

الجواب:

لدينا :

$$(D) \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - 5t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

إذن $\vec{u}(1, -5)$ متجهة موجهة لـ (D)

و $A(2, 3)$ نقطة من المستقيم (D).

إذن $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (D)$ تكافئ

$$\det(\overrightarrow{AM}, \vec{u}) = 0$$

$$\begin{vmatrix} x - 2 & 1 \\ y - 3 & -5 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{أي أن}$$

$$-5(x - 2) - 1(y - 3) = 0 \quad \text{تكافئ}$$

$$-5x + 10 - y + 3 = 0 \quad \text{إذن}$$

$$(D) : -5x - y + 13 = 0$$

$$(D) : 5x + y - 13 = 0 \quad \text{إذن}$$

$$(D) : 3x + 2y - 4 = 0 \quad \text{لدينا}$$

إذن $\vec{u}(-2, 3)$ متجهة موجهة لـ (D).

لدينا كذلك $B(0, 2)$ نقطة من المستقيم (D)

$$\begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = 3 - 4t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$(D) \begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = 3 - 4t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

3- لدينا $(\Delta) : 2x + y - 3 = 0$

إذن $(-1, 2)$ متجهة موجهة لـ (Δ)

وبما أن $(D) // (\Delta)$ فإن $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ متجهة موجهة لـ (D)

ولدينا $D(2, 2) \in (D)$ إذن

$$M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (D) \quad \text{تعني أن}$$

$$\begin{cases} x = 2 - 1 \times t \\ y = 2 + 2 \times t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$(D) \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 2 + 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

4- لدينا $m = 4$ معامل موجه لـ (D)

إذن $\vec{u}(1, 4)$ متجهة موجهة لـ (D)

ولدينا $E(2, 5) \in (D)$ إذن

$$M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (D) \quad \text{تكافئ :}$$

$$\begin{cases} x = 2 + 1 \times t \\ y = 5 + 2 \times t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

أي أن

$$(D) \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 + 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$m' = \frac{1}{2}$$

$$(D) : y = \frac{1}{2}x + p \quad \text{ومنه}$$

$$\text{لدينا } A(0, 1) \in (D) \text{ إذن :}$$

$$1 = \frac{1}{2} \times 0 + p$$

$$p = 1 \quad \text{إذن :}$$

$$(D) : y = \frac{1}{2}x + 1 \quad \text{ومنه}$$

$$(D) : x - 2y + 2 = 0$$

$$2 - \text{لدينا } A(-1, 2) \text{ و } B(2, 1)$$

$$\text{إذن : } \overrightarrow{AB} (3, -1) \text{ متجهة موجهة لـ } (AB)$$

$$\text{ومنه } m' = -\frac{1}{3} \text{ معاملا موجهها لـ } (AB)$$

$$\text{ليكن } m' \text{ معاملا موجهها لـ } (D)$$

$$\text{إذن } m \times m' = -1 \text{ لأن } (D) \perp (\Delta)$$

$$m' = 3 \quad \text{ومنه}$$

$$\text{وبالتالي : } y = 3x + p$$

$$\text{لدينا } E(2, -3) \in (D) \text{ إذن :}$$

$$-3 = 3 \times 2 + p$$

$$p = -9 \quad \text{إذن :}$$

$$(D) : y = 3x - 9 \quad \text{ومنه}$$

$$(D) : 3x - y - 9 = 0 \quad \text{إذن :}$$

$$3 - \text{لدينا } y = 2 : (\Delta) \text{ إذن } (\Delta) \text{ يوازي محور}$$

الأفصائل وبما أن $(D) \perp (\Delta)$ فإن (D) يوازي محور الأرتاب.

$$\text{وبالتالي } (D) : x = k$$

$$\text{وبما أن } (D) \text{ يمر من النقطة } C(4, 3) \text{ فإن :}$$

$$(D) : x = 4$$

$$(D) : x = 4 \quad \text{إذن :}$$

$$\text{إذن } M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (D) \text{ تكافئ}$$

$$\begin{cases} x = 0 - 2 \times t \\ y = 2 + 3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

أي أن

$$(D) : \begin{cases} x = -2t \\ y = 2 + 3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

تمرين 13 :

المستوى (P) منسوب إلى معلم (O, \vec{i}, \vec{j})
حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (D) في الحالات التالية :

1 - المستقيم (D) يمر من النقطة $A(0, 1)$ وعمودي على المستقيم (Δ)

$$\text{حيث } (\Delta) : 2x + y + 4 = 0$$

2 - المستقيم (D) عمودي على المستقيم (AB)

حيث $A(-1, 2)$ و $B(2, 1)$ ويمر من $E(2, -3)$

3 - المستقيم (D) يمر من النقطة $C(4, 3)$

$$\text{وعمودي على المستقيم } (\Delta) : y = 2$$

الجواب :

$$1 - \text{لدينا } (\Delta) : 2x + y + 4 = 0$$

$$\text{ومنه } (\Delta) : y = -2x - 4$$

$$\text{وبالتالي : } m = -2 \text{ معاملا موجهها لـ } (\Delta)$$

$$\text{ليكن } m' \text{ معاملا موجهها لـ } (D)$$

$$\text{نعلم } (D) \perp (\Delta) \text{ إذن } m \times m' = -1$$

$$\text{أي أن } (-2) \times m' = -1$$

تمرين 14 :

2 - لدينا

$$(D_m) : (m + 1).x + 2my + 1 - 3m = 0$$

تكافئ $A(2, -1) \in (D_m)$

$$(m + 1) \times 2 + 2m \times (-1) + 1 - 3m = 0$$

$$2m + 2 - 2m + 1 - 3m = 0 \quad \text{أي أن}$$

$$3 - 3m = 0 \quad \text{أي أن}$$

$$m = 1$$

3 - (Dm) يوازي محور الأفاصيل

تكافئ : $m + 1 = 0$

$$m = -1$$

4 - (Dm) يوازي محور الأرتاب

تكافئ : $2m = 0$

$$m = 0$$

5 - لدينا $\vec{u}(3, 2)$ متجهة موجهة لـ (Δ)

(D_m) متجهة موجهة لـ $\vec{U}_m(3, 2)$

تكافئ : $(\Delta) // (D)$

$$\det(\vec{U}, \vec{U}_m) = 0$$

$$\begin{vmatrix} 3 & -2m \\ 2 & m+1 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{أي أن}$$

$$3(m + 1) - (-2m) \times 2 = 0$$

$$3m + 3 + 4 = 0$$

$$7m = -3$$

$$m = -\frac{3}{7}$$

إذن :

6 - لدينا

$$(D_m) : (m + 1).x + 2my + 1 - 3m = 0$$

تكافئ : $mx + x + 2my + 1 - 3m = 0$

المستوى (P) منسوب إلى معلم (O, \vec{i}, \vec{j})

نعتبر مجموعة المستقيمات (Dm) المعرف بـ :

$$(D_m) : (m + 1).x + 2my + 1 - 3m = 0$$

حيث $m \in \mathbb{R}$

1 - حدد العدد m لكي يمر المستقيم (Dm)

من أصل المعلم O

2 - حدد m لكي يمر (Dm) من $A(2, -1)$

3 - حدد العدد m حتى يكون (Dm) موازيا

لمحور الأفاصيل.

4 - حدد العدد m حتى يكون (Dm) موازيا

لمحور الأرتاب.

5 - حدد العدد m لكي يكون (Dm) موازيا

للمستقيم : $(\Delta) : 2x - 3y + 5 = 0$

6 - بين أن المستقيمات (Dm) تمر كلها من نقطة

واحدة I وحددها.

الجواب :

1 - لدينا

$$(D_m) : (m + 1).x + 2my + 1 - 3m = 0$$

تكافئ $O(0, 0) \in (D_m)$

$$(m + 1).0 + 2m \times 0 + 1 - 3m = 0$$

أي أن $1 - 3m = 0$

$$m = \frac{1}{3}$$

ومنه

$$m = \frac{1}{3}$$

النظمة التالية :

$$\begin{cases} 3x - 2y + 5 = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ 9 - 2y + 5 = 0 \end{cases} \quad \text{إذن :}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 7 \end{cases} \quad \text{أي أن :}$$

ومن (D) و (D₁) يتقاطعان في النقطة I(3 , 7)

ب - لدينا :

$$(D) : 3x - 2y + 5 = 0$$

$$(D_2) : y = -2$$

زوج احداثتي نقطة تقاطع (D) و (D₂) يحقق

النظمة التالية :

$$\begin{cases} 3x - 2y + 5 = 0 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -2 \\ 3x + 4 + 5 = 0 \end{cases} \quad \text{أي أن}$$

$$\begin{cases} x = -3 \\ y = -2 \end{cases}$$

ومن (D) و (D₂) يتقاطعان في النقطة :

$$J(-3 , -2)$$

ج - لدينا

$$(D) : 3x - 2y + 5 = 0$$

$$(D_3) : x + y - 1 = 0$$

لدينا $\vec{u}(2, 3)$ متجهة موجهة لـ (D)

لدينا $v(-1, 1)$ متجهة موجهة لـ (D₃)

لكل m من R

$$(mx + 2my - 3m) + (x + 1) = 0 \quad \text{أي أن}$$

لكل m من R

$$(x + 2y - 3)m + (x + 1) = 0 \quad \text{ومنه}$$

لكل m من R

$$x + 2y - 3 = 0 \quad \text{و} \quad x + 1 = 0 \quad \text{ومنه}$$

$$-1 + 2y - 3 = 0 \quad \text{و} \quad x = -1 \quad \text{أي أن}$$

$$y = 2 \quad \text{و} \quad x = -1 \quad \text{إذن :}$$

إذن المستقيمات (D_m) تمر كلها من نقطة واحدة

$$I(-1, 2) \quad \text{حيث :}$$

تمرين 15 :

المستوى (P) منسوب إلى معلم (O, \vec{i}, \vec{j})

ليكن (D) المستقيم المعروف ب :

$$(D) : 3x - 2y + 5 = 0$$

1 - حدد تقاطع (D) مع المستقيمات التالية

$$(D_1) : x = 3 \quad \text{أ -}$$

$$(D_2) : y = -2 \quad \text{ب -}$$

$$(D_3) : x + y - 1 = 0 \quad \text{ج -}$$

$$(D_4) : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{د -}$$

2 - حدد تقاطع (D) مع محوري المعلم.

الجواب :

$$(D) : 3x - 2y + 5 = 0 \quad \text{أ - 1}$$

$$(D_1) : x = 3$$

زوج احداثتي نقطة تقاطع (D) و (D₁) يحقق

الجواب :

1 - لدينا $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ معلم.

$$\overrightarrow{DE} = \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{DC}$$

$$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE} = \frac{2}{3} \overrightarrow{DC}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AE} &= \frac{2}{3} \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} \\ &= \frac{2}{3} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \end{aligned}$$

لأن ABCD متوازي الأضلاع

$$E\left(\frac{2}{3}, 1\right) \quad \text{ومنه}$$

$$A(0, 0) \quad \text{ولدينا}$$

إذن $(\frac{2}{3}, 1)$ \overrightarrow{AE} متجهة موجهة لـ (AE) ومنه

$$(AE) : x - \frac{2}{3}y + c = 0$$

وبما أن $A(0, 0) \in (AE)$ فإن

$$(AE) : x - \frac{2}{3}y = 0$$

$$(AE) : 3x - 2y = 0 \quad \text{أي أن}$$

$$\overrightarrow{BF} = \frac{3}{2} \overrightarrow{BC} \quad \text{2 - لدينا}$$

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF} = \frac{3}{2} \overrightarrow{BC} \quad \text{أي أن}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AF} &= \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2} \overrightarrow{BC} \\ &= \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2} \overrightarrow{AD} \end{aligned} \quad \text{أي أن}$$

$$F\left(1, \frac{3}{2}\right) \quad \text{إذن}$$

3 - لدينا

$$(AE) : 3x - 2y = 0$$

$$F\left(1, \frac{3}{2}\right) \quad \text{و}$$

لدينا $F \in (AE)$ تكافئ

$$\begin{aligned} \det(\vec{u}, \vec{v}) &= \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \\ &= 2 + 3 = 5 \neq 0 \end{aligned}$$

إذن (D) و (D_3) يتقاطعان في النقطة H حيث زوج احداثيتي يحقق :

$$\begin{cases} 3x - 2y + 5 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -x + 1 & \text{أي أن} \\ 3x - 2y + 5 = 0 \end{cases}$$

$$3x - 2(-x + 1) + 5 = 0 \quad \text{ومنه}$$

$$3x + 2x - 2 + 5 = 0 \quad \text{أي أن}$$

$$5x + 3 = 0$$

$$x = -\frac{3}{5}$$

$$y = \frac{8}{5} \quad \text{ومنه}$$

إذن (D) و (D_3) يتقاطعان في النقطة :

$$H\left(-\frac{3}{5}, \frac{8}{5}\right)$$

تمرين 16 :

ABCD متوازي الأضلاع و E و F نقطتين

من المستوى (P) حيث :

$$\overrightarrow{BF} = \frac{3}{2} \cdot \overrightarrow{BC} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{DE} = \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{DC}$$

نعتبر المعلم $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$

1 - اكتب معادلة ديكراتية للمستقيم (AE)

2 - حدد احداثيتي النقطة F

3 - استنتج أن النقط A و E و F مستقيمة.

(D)//(Δ) تكافئ \vec{u} و \vec{v} مستقيمتان أي

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0 \quad \text{أن}$$

$$\begin{vmatrix} m & -4 \\ -1 & m \end{vmatrix} = 0$$

$$m^2 - 4 = 0 \quad \text{يعني}$$

$$m^2 = 4 \quad \text{أي}$$

$$m = -2 \quad \text{أو} \quad m = 2 \quad \text{ومنه} \quad -2$$

أ - لدينا $\vec{u}(-1, 1)$ متجهة موجهة لـ (D_α)

$\vec{v}(2, -2)$ متجهة موجهة لـ (D)

$$\vec{v} = -2\vec{u} \quad \text{وبما أن}$$

فإن \vec{u} و \vec{v} مستقيمتان وبالتالي $(D)//(D_\alpha)$

ب - لدينا $A(-2, 0) \in (D)$

لكي يكون $(D) = (D_\alpha)$ يجب أن تكون :

$$\begin{cases} -2 = \alpha - t \\ 0 = t \end{cases}$$

$$-2 = \alpha - 0 \quad \text{إذن}$$

$$\alpha = -2$$

تمرين 18:

(I) ABC مثلث و M نقطة من المستوى (P)

$$\vec{AM} = \vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC} \quad \text{حيث :}$$

1 - بين أن المتجهين \vec{AC} و \vec{BM} مستقيمتان

2 - لتكن النقطة N بحيث :

$$\vec{AN} = \vec{AB} - \frac{3}{4}\vec{AC}$$

بين أن النقط N و B و M مستقيمية

$$3 \times 1 - 2 \times \frac{3}{2} = 0$$

$$3 - 3 = 0$$

$$0 = 0$$

إذن $F \in (AE)$

أي أن النقط A و E و F مستقيمية.

تمرين 17:

المستوى (P) منسوب إلى معلم $(\vec{O}, \vec{i}, \vec{j})$

1 - نعتبر (D) و (Δ) المستقيمين المعرفين بما يلي :

$$(D) \begin{cases} x = mt \\ y = -1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{و}$$

$$(\Delta) \quad mx + 4y - 3 = 0$$

حدد قيمة العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون (D) و (Δ) متوازيين.

2 - نعتبر المستقيمين (D) و (D_α) المعرفين بما يلي :

$$(D_\alpha) \begin{cases} x = \alpha - t \\ y = t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$(D) \begin{cases} x = -2 + 2k \\ y = -2k \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}$$

أ - بين أن $(D)//(D_\alpha)$

ب - حدد قيمة α لكي يكون $(D) = (D_\alpha)$

الجواب:

1 - $\vec{u}(m, -1)$ متجهة موجهة لـ (D)

و $\vec{v}(-4, m)$ متجهة موجهة لـ (Δ)

$$M(1, \frac{1}{4}) \quad \text{فإن}$$

$$\vec{AN} = \vec{AB} - \frac{3}{4}\vec{AC} \quad \text{وبما أن}$$

$$N(1, -\frac{3}{4}) \quad \text{فإن}$$

$$\vec{AC}(0, 1) \quad \text{لدينا}$$

$$\vec{NM}(0, 1) \quad \text{و}$$

ومنه الرباعي ANMC متوازي الأضلاع.

$$\vec{BC}(-1, 1) \quad B(1, 0) \quad \text{لدينا}$$

$$(BC) \quad x + y - c = 0 \quad \text{إذن}$$

$$B(1, 0) \in (BC) \quad \text{تكافئ}$$

$$1 + 0 + c = 0$$

$$c = -1$$

$$(BC) : x + y - 1 = 0 \quad \text{إذن}$$

$$S(\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$$

$$S(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}) \in (BC) \quad \text{تكافئ} \quad \frac{3}{4} + \frac{1}{4} - 1 = 0$$

$$1 - 1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$S(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}) \in (BC) \quad \text{إذن}$$

لدينا - 4

$$\vec{SM}(\frac{1}{4}, 0) \quad \text{و} \quad \vec{AB}(1, 0)$$

$$\det(\vec{AB}, \vec{SM}) = \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

إذن \vec{SM} و \vec{AB} مستقيمتان ومنه :

$$(SM) \parallel (AB) \quad \text{ومنه}$$

(II) المستوى (P) منسوب إلى المعلم (A, \vec{AB}, \vec{AC})

1 - حدد احداثيات $A ; B ; C ; M ; N$

2 - بين أن الرباعي ANMC متوازي أضلاع

3 - اعط معادلة ديكرتية لـ (BC) ثم تحقق من

$$S(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}) \in (BC) \quad \text{أن}$$

4 - بين أن المستقيم (SM) يوازي المستقيم

(AB)

الجواب :

$$\vec{AM} = \vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC} \quad \text{لدينا}$$

$$\vec{AM} - \vec{AB} = \frac{1}{4}\vec{AC} \quad \text{إذن}$$

$$\vec{BA} + \vec{AM} = \frac{1}{4}\vec{AC} \quad \text{ومنه}$$

$$\vec{BM} = \frac{1}{4}\vec{AC} \quad \text{أي أن}$$

إذن \vec{BM} و \vec{AC} مستقيمتان

$$\vec{AN} = \vec{AB} - \frac{3}{4}\vec{AC} \quad \text{لدينا}$$

$$\vec{AN} + \vec{BA} = -\frac{3}{4}\vec{AC} \quad \text{ومنه}$$

$$\vec{BN} = -\frac{3}{4}\vec{AC} \quad \text{أي أن}$$

$$\vec{BN} = -3 \times (\frac{1}{4}\vec{AC}) \quad \text{إذن}$$

$$\vec{BN} = -3 \times \vec{BM}$$

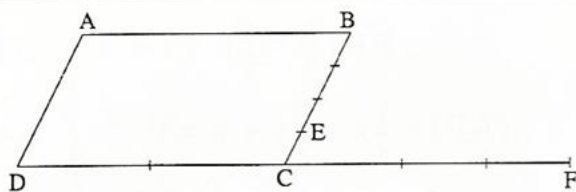
$$\vec{BN} = -3\vec{BM}$$

إذن النقط B و N و M مستقيمية

(II) لدينا (A, \vec{AB}, \vec{AD}) معلم

1 - $A(0, 0)$ و $B(1, 0)$ و $B(0, 1)$

$$\vec{AM} = \vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC} \quad \text{وبما أن}$$



2 - لدينا ABCD متوازي الأضلاع

$$\begin{aligned}\vec{AC} &= \vec{AB} + \vec{BC} \\ &= \vec{AB} + \vec{AD}\end{aligned}$$

$$C(1, 1)$$

$$\vec{EB} + 2\vec{EC} = \vec{0}$$

$$\vec{EA} + \vec{AB} + 2\vec{EA} + 2\vec{AC} = \vec{0}$$

$$3\vec{EA} = -\vec{AB} - 2\vec{AC}$$

$$\begin{aligned}3\vec{AE} &= \vec{AB} + 2\vec{AC} \\ &= \vec{AB} + 2\vec{AB} + 2\vec{AD} \\ &= 3\vec{AB} + 2\vec{AD}\end{aligned}$$

$$\vec{AE} = \vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AD}$$

$$E(1, \frac{2}{3})$$

إذن

لدينا

$$3\vec{FD} - 5\vec{FC} = \vec{0}$$

$$3\vec{FA} + 3\vec{AD} - 5\vec{FA} - 5\vec{AC} = \vec{0}$$

$$\begin{aligned}2\vec{AF} &= -3\vec{AD} + 5\vec{AC} \\ &= -3\vec{AD} + 5\vec{AB} + 5\vec{AD}\end{aligned}$$

$$\vec{AF} = \frac{5}{2}\vec{AB} + 5\vec{AD}$$

$$F(\frac{5}{2}, 1)$$

ب - I مركز ABCD إذن I منتصف [AC]

$$لدينا A(0, 0) و C(1, 1)$$

$$إذن C(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$$

ج - لدينا : E(1, \frac{2}{3}) و F(\frac{5}{2}, 1)

تمرين 19 :

ABCD متوازي الأضلاع E و F نقطتان من

(P) حيث

$$\vec{EB} + 2\vec{EC} = \vec{0} \text{ و } 3\vec{FD} - 5\vec{FC} = \vec{0}$$

1 - انشىء الشكل

2 - المستوى (P) منسوب إلى المعلم (A, \vec{AB}, \vec{AD}) إذن

أ - حدد احداثيات النقط C و E و F

ب - حدد احداثيتي النقطة I مركز المتوازي

الأضلاع ABCD

ج - بين أن : $2x - 9y + 4 = 0$ معادلة

ديكارتية للمستقيم (EF)

3 - أ - اكتب معادلة ديكارتية لـ (AC)

ب - ادرس وحدد تقاطع المستقيمين (AC)

و (EF)

الجواب :

1 - الانشاء :

$$\vec{EB} + 2\vec{EC} = \vec{0}$$

لدينا

$$\vec{EC} + \vec{CB} + 2\vec{EC} = \vec{0}$$

أي أن

$$3\vec{CE} = \vec{CB}$$

$$\vec{CE} = \frac{1}{3}\vec{CB}$$

$$3\vec{FD} - 5\vec{FC} = \vec{0}$$

$$3\vec{FC} + 3\vec{CD} - 5\vec{FC} = \vec{0}$$

$$2\vec{FC} = 3\vec{CD}$$

$$\vec{CF} = -\frac{3}{2}\vec{CD}$$

$$2x - 9x + 4 = 0$$

$$-7x + 4 = 0$$

$$x = \frac{4}{7}$$

$$y = \frac{4}{7}$$

ومنه

$$(EF) \cap (AC) = \left\{ J\left(\frac{4}{7}, -\frac{4}{7}\right) \right\}$$

تمرين 20:

المستوى (P) منسوب إلى معلم (O, \vec{i}, \vec{j})

نعتبر: $A(2, -1)$ $B(1, 2)$ $C(-2, 1)$

1 - اكتب معادلات متواسطات المثلث ABC

2 - بين تحليليا أن هذه المتواسطات الثلاثة تتقاطع

في نقطة واحدة G يتم تحديد احداثيتها.

الجواب:

1 - ليكن I منتصف القطعة [AB]

$$I\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

المتوسط (IC)

$$\vec{IC} \left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right) \text{ لدينا}$$

$$(IC) : \frac{1}{2}x - \frac{7}{2}y + C = 0 \text{ إذن}$$

$$\text{تكافئ } C(-2, 1) \in (IC)$$

$$(IC) : 1 + \frac{7}{2} + C = 0$$

$$C = -\frac{5}{2}$$

$$(IC) : \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}y - \frac{5}{2} = 0$$

أي أن

$$(IC) : x + 7y - 5 = 0$$

$$\vec{EF} \left(\frac{3}{2}, \frac{1}{3}\right) \text{ لدينا :}$$

$$(AE) : \frac{1}{3}x - \frac{3}{2}y + c = 0 \text{ لدينا}$$

$$\text{تكافئ } E(1, \frac{2}{3}) \in (EF)$$

$$\frac{1}{3}x - \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} + c = 0$$

$$c = \frac{2}{3}$$

$$(EF) : \frac{1}{3}x - \frac{3}{2}y + \frac{2}{3} = 0$$

$$(EF) : 2x - 9y + 4 = 0$$

$$\vec{AC} (1, 1) \text{ لدينا } -3 - 1$$

$$(AC) : ax - by + c = 0$$

$$(AC) : x - y + c = 0$$

$$\text{تكافئ } A(0, 0) \in (BC)$$

$$C = 0$$

$$(AC) : x - y = 0 \text{ إذن}$$

$$b - \text{ لدينا : } (AC) : x - y = 0$$

$$(EF) : 2x - 9y + 4 = 0$$

لدينا

$$\det(\vec{AC}, \vec{EF}) = \begin{vmatrix} 1 & -9 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= -2 + 9 = 7 \neq 0$$

إذن (AC) و (EF) متقاطعان زوج احداثيتي

نقطة تقاطع (AC) و (EF) يحقق النظمة التالية

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ 2x + 9y + 4 = 0 \end{cases}$$

أي أن

$$\begin{cases} x - y \\ 2x - 9y + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 7y - 5 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

لنحدد احداثيات النقطة G

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases} \quad \text{لدينا}$$

$$\text{أي أن} \quad \begin{cases} y = 2x \\ 3x - 1 = 0 \end{cases} \quad \text{إذن}$$

$$G\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) \quad \text{إذن} \quad \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

لنتأكد من أن G تنتمي إلى (IC)

$$(IC) : x + 7y - 5 = 0 \quad \text{لدينا}$$

$$: \text{تكافئ} \quad G\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) \in (IC)$$

$$\frac{1}{3} + \frac{14}{3} - 5 = 0$$

$$\frac{15}{3} - 5 = 0$$

$$5 - 5 = 0$$

$$0 = 0$$

$$G \in (IC) \quad \text{إذن}$$

ومنه G هي نقطة تقاطع المتوسطات (IC) و

(JB) و (AK)

ليكن J منتصف القطعة [AC]

$$J(0, 0)$$

المتوسط (JB)

$$\vec{JB} (1, 2) \quad \text{لدينا}$$

$$(BJ) : 2x - y + C = 0 \quad \text{إذن}$$

$$\text{لدينا} \quad J(0, 0) \in (BJ) \quad \text{إذن}$$

$$2 \times 0 - 0 + C = 0$$

$$C = 0$$

أي أن

$$(BJ) : 2x - y = 0$$

ليكن K منتصف القطعة [BC]

$$K\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

المتوسط (AK)

$$\vec{AK} \left(-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right) \quad \text{لدينا}$$

$$(BJ) : \frac{5}{2}x + \frac{5}{2}y + C = 0 \quad \text{إذن}$$

$$\text{لدينا} \quad A(2, -1) \in (AK) \quad \text{تكافئ} :$$

$$\frac{10}{2} - \frac{5}{2} + C = 0$$

$$C = -\frac{5}{2}$$

أي أن

$$(AK) : x + y - 1 = 0$$

2- زوج احداثيتي النظمة G يحقق النظمة